

H26

④ (1)  $\vec{PA} + 2\vec{PB} + 3\vec{PC} = \vec{0}$  である。

$\vec{PA} = -\vec{AP}$ ,  $\vec{PB} = \vec{AB} - \vec{AP}$ ,  $\vec{PC} = \vec{AC} - \vec{AP}$  である。

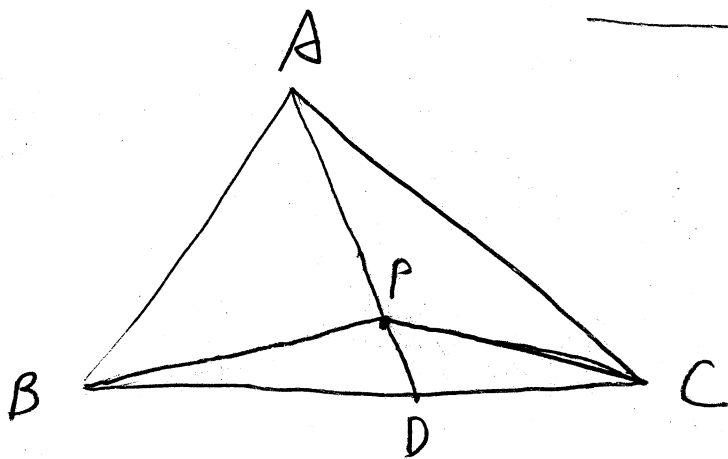
$$-\vec{AP} + 2(\vec{AB} - \vec{AP}) + 3(\vec{AC} - \vec{AP}) = \vec{0}$$

$$-\vec{AP} + 2\vec{AB} - 2\vec{AP} + 3\vec{AC} - 3\vec{AP} = \vec{0}$$

$$-6\vec{AP} = -2\vec{AB} - 3\vec{AC}$$

$$\vec{AP} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$$


---



(2)  $\vec{AD}$  は2通りの方法で表せる。

$$\vec{AD} = t\vec{AP}, \quad \vec{AD} = s\vec{AB} + (1-s)\vec{AC}$$

よって、 $t\vec{AP} = s\vec{AB} + (1-s)\vec{AC}$  ①

$$\frac{1}{3}t\vec{AB} + \frac{1}{2}t\vec{AC} = s\vec{AB} + (1-s)\vec{AC}$$

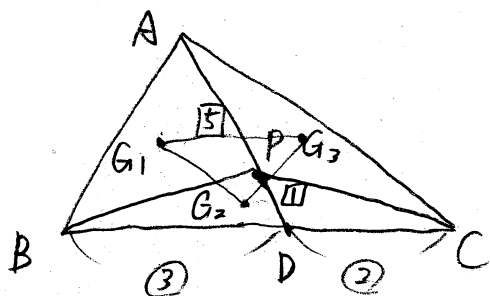
係数比較して、
$$\begin{cases} \frac{1}{3}t = s \\ \frac{1}{2}t = 1-s \end{cases}$$

解くと、 $t = \frac{6}{5}$ ,  $s = \frac{2}{5}$ 。

よって、 $AP:PD = 5:1$ ,  $BD:DC = 3:2$  である。②

②より、 $\Delta PBC$  で  $\vec{PD} = \frac{2}{5}\vec{PB} + \frac{3}{5}\vec{PC}$  である。

(3)



$G_1, G_2$  はそれぞれ  $\triangle PAB, \triangle PBC$  の重心なので、

$$\overrightarrow{PG_1} = \frac{1}{3}\overrightarrow{PA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{PB}, \quad \overrightarrow{PG_2} = \frac{1}{3}\overrightarrow{PB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{PC}$$

$$\begin{aligned} \text{よって, } \overrightarrow{G_1G_2} &= \overrightarrow{PG_2} - \overrightarrow{PG_1} \\ &= \frac{1}{3}\overrightarrow{PC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{PA} \\ &= \frac{1}{3}(\overrightarrow{PC} - \overrightarrow{PA}) \\ &= \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

$$\text{よって } \underline{k = \frac{1}{3}}$$

(4) (3) と同様に考えると、

$$\overrightarrow{G_2G_3} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}, \quad \overrightarrow{G_3G_1} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB} \text{ より}$$

$\triangle ABC$  の  $\triangle G_2G_3G_1$  (三辺比相等) となり、

相似比が 3:1 なので、面積比は、 $\triangle ABC : \triangle G_1G_2G_3 = 9:1$

また、①より、 $\triangle ABC : \triangle PBC = 6:1$

②より、 $\triangle PBC : \triangle PDC = 5:2$

以上の比をまとめると、

$$\triangle ABC : \frac{\triangle G_1G_2G_3}{S_3} : \frac{\triangle PBC}{S_1} : \frac{\triangle PDC}{S_2} = 90 : 10 : 15 : 6$$

よって

$$\underline{S_1 : S_2 : S_3 = 15 : 6 : 10} //$$